INSTITUTO FRAY MAMERTO ESQUIÚ
MATEMÁTICA – 2° C – E.S.B.
Prof. Virginia Penedo

Unidad 1
NÚMEROS ENTEROS

Para asignar números enteros a ciertas situaciones de la vida cotidiana es necesario establecer un punto de referencia (el cero), a partir del cual se asignan números positivos y negativos.
Los números negativos se escriben precedidos del signo –
Los positivos se escriben precedidos del signo +, o también sin signo.

El **conjunto de los números enteros** está formado por los números naturales, el cero y los naturales negativos. Este conjunto se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Analicemos la siguiente situación: si consideramos los números 4 y - 4 representados en la recta numérica, podremos observar que la distancia al 0 desde ambos puntos es 4.

El Módulo o Valor Absoluto de un número entero es su distancia al cero en la recta numérica. El módulo es una <u>distancia</u> y es <u>siempre positivo</u>. Al módulo de un número "n" se lo simboliza |n|

Entonces, podemos decir que la distancia entre el 4 y el 0 se simboliza **|4|**, o que el valor absoluto de 4 es 4. De igual manera, la distancia entre el - 4 y el 0 se simboliza **|-4|**, o que el valor absoluto de -4 es 4.
Si bien los números representados en la recta numérica son distintos, la distancia que los separa del 0 es igual; decimos entonces que estos dos números tienen el mismo valor absoluto o módulo.

Decimos que ***Dos números son opuestos cuando están a la misma distancia del cero. Es decir, dos números son opuestos si tienen el mismo valor absoluto y distinto signo***. Los números -5 y 5 son opuestos.
El signo "-"indica que hablamos del opuesto de un número o letra. Por ejemplo:
El opuesto de 6 es -6.
El opuesto de -8 es – (-8)=8
El opuesto de a es – a
El puesto de –m es –(- m) = m

En el caso de las letras, el signo menos ***NO indica que sea negativo***, solo que es el opuesto.

1) Completar con un número entero que corresponda.

Un ascensor estaba en el cuarto piso y bajó 6 pisos; llegó al	
Del piso -4 subió 9 pisos; ahora está en el	
La temperatura era de -5ºC y subió 8ºC; ahora es de	
La temperatura era de 6ºC y bajó 13ºC; ahora es de	
Un buzo que estaba a -15m bajó 8 m más; ahora está a	
El buzo está a -21m y subió 18m; ahora está a	

2) En una evaluación la nota de aprobación es 6 (seis). A cada nota el profesor le asigna un número entero que indica cuantos puntos más, o menos, de la nota de aprobación tiene cada alumno.
Completar:

Nombre	Nota	Número Entero
Lucas	8 (ocho)	
Sofía		+1
Valentina	2 (dos)	
Yamil		-3
Matías	10 (diez)	
Santiago		+3
Victoria	4 (cuatro)	
Fermín		0
Abril	5 (cinco)	
Joaquín		-5

3) El salario promedio de los empleados de una fábrica es de $25.000. Expresar con un número entero la situación de cada empleado respecto del salario promedio.

a) Un operario cobra $21.000; su situación es:

b) Un supervisor cobra $30.000; su situación es:

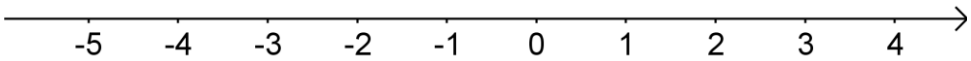
c) Un empleado administrativo cobra $23.000; su situación es:

d) El gerente cobra $47.000; su situación es:

e) El personal de limpieza cobra $19.000; su situación es:

La recta numérica

Para representar números enteros en la recta numérica, se toma el 0 como punto de referencia. A la derecha se ubican números positivos y a la izquierda los negativos. La distancia entre dos números enteros debe ser igual en toda la recta.



Los números están ordenados de menor a mayor, es decir, cuanto más a la derecha esté, mayor será. Por ejemplo, -185 es menor que -172, porque -172 está más a la derecha que -185.

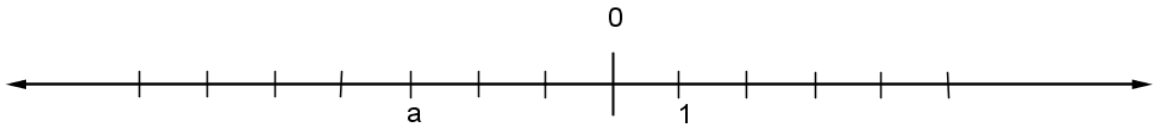
¡Recuerda!
En lenguaje simbólico:
Los números enteros **mayores que** 3 los expresamos como $\mathbf{x > 3}$ (4, 5, 6, 7, …)
Los números **comprendidos** entre -2 y 4 como $\mathbf{-2 < x < 4}$ (-1 , 0, 1, 2 y 3)
Los números **menores o iguales que** -2 los expresamos como $\mathbf{x \leq -2}$ (… -4,-3,-2)
En este último ejemplo aparece un nuevo símbolo $\leq$ que indica que debemos tomar el valor que está señalado además de los otros habituales.
Los números $\mathbf{-1 \leq x \leq 3}$ son -1, 0, 1, 2 y 3

4) Representar en la recta numérica los siguientes números: -3 ; 10 ; 3 ; -7 ; 0 ; -5 ; 7

5) Representar cada expresión en la recta numérica.

$-a$ $\qquad$ $a+1$ $\qquad$ $a-1$

$-a+1$ $\qquad$ $-a-1$ $\qquad$ $a-2$



6) Dibujar en la recta, y responder:

a) ¿Cuál es la distancia entre -7 y 0?
b) ¿Cuál es la distancia entre -7 y 7?
c) ¿Cuál es la distancia entre 7 y 0?
d) ¿Cuál es la distancia entre -3 y 5?

7) Colocar $>$ *o* $<$ según corresponda:

a) $|-3|$ ☐ 2
b) -1 ☐ $|-2|$
c) $|-7|$ ☐ 6
d) $|-5|$ ☐ $|-4|$
e) 0 ☐ $|-3|$
f) $|-11|$ ☐ 12

8) Escribir el número que cumple con cada condición:

a) El opuesto de 7 ☐
b) El anterior a -10 ☐
c) Siguiente de -7 ☐
d) Su módulo es 5 y es negativo ☐

9) Escribí todos los valores de a que cumplen la condición pedida en cada caso:

a) $|a| = 3$
b) $|a| = 8$
c) $|a| < 3$
d) $5 < |a| < 10$
e) $|a| \leq 6$
f) $|a| < 0$

Suma y Resta de Números Enteros

Para sumar números enteros se puede pensar de distintos modos:

- Considera a los números enteros positivos como dinero que tenemos o recibimos y a los negativos como dinero que debemos.
- Considerar a los positivos como desplazamientos en la recta hacia la derecha y a los negativos como desplazamientos hacia la izquierda.

Ejemplos:

1) 4 + 6 = 10 tenemos \$4 y nos dan \$6, en total tenemos \$10.
2) 5 + (-2) = 3 tenemos \$5 y debemos \$2, nos queda un saldo a favor de \$3.
3) 6+ (-9) = -3 tenemos \$6 y debemos \$9, si pagamos la deuda aun debemos \$3.

4) (-6) + 8 = 2 debemos $6 y tenemos $8, si pagamos la deuda nos sobran $2 a favor.
5) (-3) + (-4) = -7 tenemos una deuda de $3, y si pedimos prestados $4 más, ahora debemos $7.

En forma práctica, si observamos detalladamente los ejemplos anteriores tenemos que:

- Si ***sumamos números con el mismo signo***, se suma normalmente y se conserva el signo de ambos.

  4 + 6 = 10 (-3) + (-4) = -7

- Si ***sumamos números con distinto signo***, se resta y se antepone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

  5 + (-2) = 3 6 + (-9) = -3

La resta de Enteros podemos expresarla como sumas y así aplicar la regla anterior:
1) 5 – 2 = 3 se puede escribir como 5 + (-2) = 3
2) 6 – 9 = -3 se puede escribir como 6 + (-9) = -3
3) -3 – 4 = -7 se puede escribir (-3) + (-4) = -7
4) 5 – (-3) = 8 se puede escribir 5 + 3 = 8

Restar un número entero es equivalente a sumar su opuesto

Para realizar sumas algebraicas no te olvides de operar de IZQUIERDA a DERECHA, o bien, agrupar los números con el mismo signo, y luego operar con las dos cantidades resultantes.

10) Expresar y resolver cada una de las siguientes situaciones con una **suma**

a) Estaba en el tercer piso y bajé 4 pisos
b) La temperatura era de 2 grados bajo cero y bajó 3 grados más
c) El mes pasado encontré $4, pero ayer perdí $2
d) Nació en el año 123 a.C. y vivió por 67 años
e) El submarino navegaba a 100m bajo el nivel del mar, descendió 50m más y luego subió 80m

11) Resuelve los siguientes problemas, anotando las operaciones y respuestas

a) En invierno en cierto lugar del sur de Argentina la temperatura a las 16 horas fue de 12°C. A las 3 de la mañana hubo un descenso de 17°C. ¿Cuál fue la temperatura registrada a esa hora?
b) Un submarino de la flota naval, desciende a 50 metros bajo el nivel del mar y luego desciende 20 metros más. ¿A qué profundidad se encuentra?
c) Euclides, geómetra griego, nació en el año 306 A.C. y murió en el año 283 A.C. ¿Qué edad tenía cuando murió?
d) La invención de la escritura data del año 3.000 A. C ¿Cuántos años han transcurrido hasta hoy?
e) Un auto está ubicado a 7 m. a la derecha de un punto A, luego avanza 23 m., retrocede 36m.vuelve avanzar 19 m. y retrocede 36 m. ¿A qué distancia del punto A se encuentra?

Supresión de paréntesis

Para suprimir un paréntesis, se debe tener en cuenta el signo que lo antecede:

- Si el signo es **+**, los signos que están dentro del paréntesis **NO cambian**.

3 **+** (5 – 7 + 2) = 3 + 5 – 7 + 2

- Si el signo es **-**, los signos que están dentro del paréntesis **CAMBIAN**.

$$3 - (5 - 7 + 2) = 3 - 5 + 7 - 2$$

Ejemplo:

$$5 - (4 + 3 - 8) + (7 - 2 + 1) =$$
$$5 - 4 - 3 + 8 + 7 - 2 + 1 =$$
$$5 + 8 + 7 + 1 - 4 - 3 - 2 =$$
$$21 - 9 = 12$$

De igual manera ocurre si delante de un corchete o llave aparece un signo menos.
Recordar que la prioridad de resolución son: paréntesis, luego corchetes y finalmente llaves.

$$5 - \{ - 4 - [1 - (2 + 3 - 7)] - 1 \} =$$
$$5 - \{ - 4 - [1 - 2 - 3 + 7] - 1 \} =$$
$$5 - \{ - 4 - 1 + 2 + 3 - 7 - 1 \} =$$
$$5 + 4 + 1 - 2 - 3 + 7 + 1 =$$
$$5 + 4 + 1 + 7 + 1 - 2 - 3 =$$
$$18 - 5 = 13$$

NO resolver los paréntesis, corchetes o llaves antes de suprimirlos.

12) Resuelve las siguientes sumas algebraicas aplicando **supresión de paréntesis** cuando sea posible

a) $42 + (- 5) - (- 39) + 4 =$
b) $15 - (- 10) + 7 + (- 18) =$
c) $33 - (- 29) + (- 11) - 64 =$
d) $17 + (- 36) - (- 22) - 13 =$
e) $(-3) - (- 2 + 4) + (- 5 + 6 - 6 - 4) =$
f) $8 - (- 2) - 13 + (- 1) =$
g) $23 + 12 - (-5) - 19 =$
h) $(- 2) + (- 3 + 5 - 1) - (- 2 + 3) =$

13) Resuelve los siguientes cálculos aplicando **supresión de paréntesis, llaves y corchetes**:

a) $[1 - (3 + 6)] - [(2 - 5) - (7 - 4)] =$
b) $- \{ 2 - [1 - (2 - 9 + 5)] \} + [- (- 4)] =$
c) $\{ 10 - [2 - (- 1 + 9)] + 11 \} =$
d) $- \{ [- (- 3 + 12) + 1] + 2 \} =$
e) $[(3 + 8) - 10] - [6 - (- 2)] =$
f) $- (- 20) + \{ (- 10) - [8 - (- 6)] \} =$
g) $10 + (- 2) + [7 + (- 1)] =$
h) $- [- (-1)] - \{ 2 + [- 3 + (- 4)] \} =$

Multiplicación y división de números enteros

1. Multiplicación

Una multiplicación es una suma repetida. Por lo tanto:

$3 . (- 4) = (- 4) + (- 4) + (- 4) = - 12$ suma tres veces (- 4)

$- 3 . (- 4) = -(- 4) - (- 4) - (- 4) = 12$ resta tres veces (- 4)

Regla de los signos: si los dos factores poseen **igual signo** (los dos positivos o los dos negativos), entonces el resultado será **positivo**. Si en cambio los factores poseen **distintos signos**, el resultado será **negativo**

2. División

La regla de los signos para la división es la misma que para la multiplicación.

No debes olvidar que si posees productos y divisiones encadenados, debes operar de Izquierda a Derecha.

Fundamentalmente: **¡¡¡ No se puede dividir por cero !!!!** es decir, no puede haber cero en el denominador de una división.

Ejemplos:

1) 36 : (– 9) = - 4 2) 3 . (- 8) : (- 6)= (- 24) : (- 6)= 4

REGLA DE SIGNOS DE LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

+	.	+	=	+
+	.	-	=	-
-	.	+	=	-
-	.	-	=	+

EN LOS EJERCICIOS COMBINADOS NO TE OLVIDES DE:

1º - Separar en términos.
2º - Resolver los términos no olvidando los signos que los anteceden
3º - En ausencia de paréntesis, se efectúan en primer lugar los productos y divisiones, y posteriormente, las sumas y restas.

$$\widehat{2 . 4} + \hat{3} - \widehat{8 : 2} =$$
$$8 + 3 - 4 =$$

4º - Si existen paréntesis en las expresiones, se realizan en primer lugar las operaciones que figuran dentro de los paréntesis.

$$(-3 + 5 . 2) . (-3) + (27 - 6) : 7 - (-1) =$$
$$(-3 + 10) . (-3) + (27 - 6) : 7 - (-1) =$$
$$7 . (-3) + 21 : 7 - (-1) =$$
$$-21 + 3 + 1 = -17$$

14) Resuelve:

a) (-14) : 7 : (-2) =
b) (-8) . 5 : (-2) =
c) 5 . (-8) : (-4) =
d) 12 : (-3) .4 =
e) 36 : (-4) : 3 =
f) (-1).(-2).(-3).(-4).(-5)=
g) (-2) . (-3) . 9 : (-27) =
h) (-1).(-5).(-3)=

15) Resuelve los siguientes cálculos:

a) $(-44) : \{2 + (-30) : [3 - (-2)]\} =$
b) $-12 - \{15 : (-5) + [14 : (-4 - 3) - 8]\} =$
c) $\{17 - (-11 + 9) - [2 . (-1 - 7)]\} : 5 =$
d) $(-8) : (-2) + (-6) . (-7 + 3 - 9) - (-2) . (-1)$
e) $(13 - 17) + (9 - 11) + (21 - 28) + (-15 - 4) =$
f) $(-2 + 8) . (-3) - (-4) : (-1 - 1) + (-6) + 7 =$
g) $(8 - 14) - (-1 - 7) - (29 - 34) - (-12 + 8) =$
h) $[36 : (-9) + (-10)] : 7 - [3 + (-2) . 3] =$

Potencia de números enteros

Una potencia es un producto de varios factores iguales:

$$\underbrace{a}_{\text{Base}}{}^{\overbrace{n}^{\text{Exponente}}} = \underbrace{a.\ a\ .\ a\ \ldots\ a}_{n\text{ - veces}}$$

Ejemplo: $3^4 = 3\ .\ 3\ .\ 3\ .\ 3 = 81$

Si recordamos lo visto en producto de números enteros, si multiplicamos una cantidad par de veces números negativos, el resultado será un número positivo, entonces:

$$(-2)^4 \ = \ (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2) \ = \ 16$$

Todo número negativo elevado a potencia de exponente par, da por resultado un número positivo

También hemos visto que si la cantidad de factores negativos era una cantidad impar, el resultado del producto era negativo, entonces:

$$(-2)^5 \ = \ (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2)\ .\ (-2).\ (-2) \ = \ -32$$

Todo número negativo elevado a potencia de exponente impar, da por resultado un número negativo

CUIDADO! No es lo mismo $(-2)^2 \ = 4$ que $-2^2 \ = -4$. SIEMPRE debes poner paréntesis cuando querés expresar un número negativo elevado a una potencia.

Propiedades

$a^n\ .\ a^m = a^{n+m}$	*para multiplicar potencias de igual base, se suman los exponentes y se deja la misma base*
$b^n : b^m = b^{n-m}$	*para dividir potencias de igual base, se restan los exponentes y se deja la misma base*
$(c^n)^m = c^{n.m}$	*para calcular una potencia de otra potencia, se multiplican los exponentes y se deja la misma base*
$a^0 = 1$	*todo número elevado a la potencia cero da 1*
$b^1 = b$	*todo número elevado a la potencia uno da el mismo numero*
$(a.b)^n = a^n\ .\ b^n$	*la potencia es distributiva respecto del producto*
$(a:b)^n = a^n\ :\ b^n$	*la potencia es distributiva respecto a la división*
$(a+b)^n \neq a^n + b^n$	*la potencia **NO** es distributiva en la suma o resta*

16) Resuelve los siguientes cálculos

a) $(-5)^2 =$ b) $-4^3 =$ c) $-15^0 =$

d) $(-1)^5 =$ e) $(-23)^0 =$ f) $(-3)^4 =$

17) Resuelve los siguientes cálculos:

$4^2 - 7^2 =$ $(4-7)^2 =$ $2^3 + 3^3 =$ $(2 + 3)^3 =$

15) Resuelve los siguientes cálculos aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible

a) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

b) $5^4 . 5^2 . 5 . 5^0 =$

c) $[(-3)^2]^4 : (-3)^5 =$

d) $6^3 . 6^2 . 6^7 : (6^3)^4 =$

e) $(4^3 . 4 . 4) : (4^2 . 4) =$

f) $(2.3)^3 . 2^4 . 3^2 : 2^5 =$

g) $(5^4)^2 : (5^2)^3 =$

h) $(2^7 : 2^5)^3 =$

16) Resuelve las siguientes operaciones combinadas

a) $[(-12 + 4) : (3 - 7) + 2^4].(-1) + 5^2 =$

b) $(-3 + 6)^3 : 3 + [(+12) : (-6) - (-16 + 4). (-1)] : (-2) =$

c) $[(5^2 - 3^2) : (-4) + (-21) : (-3)]. (-9 + 15) =$

d) $[(-30) : (-4 -1) + 2] : (-4) + (-6 + 10)^2 =$

e) $(-2)^2 : (-1) + (-3 +1) . (+3)^2 - (-1)^3 =$

f) $[(-9)^\circ + (-8 + 2)^2 : (-3)] : (-7 + 6)^2 =$

g) $(7 - 10). (-4 + 6) - 3^3 + (-2)^4 : (+2)^2 =$

h) $8^2 : (-2)^4 + [(-3 + 5). (-1)^5 - (-8)]. 3 =$

i) $(-18) : (+3)^2 -[(6 - 2) : (-5 + 3)]^3 - (-3)^2 =$

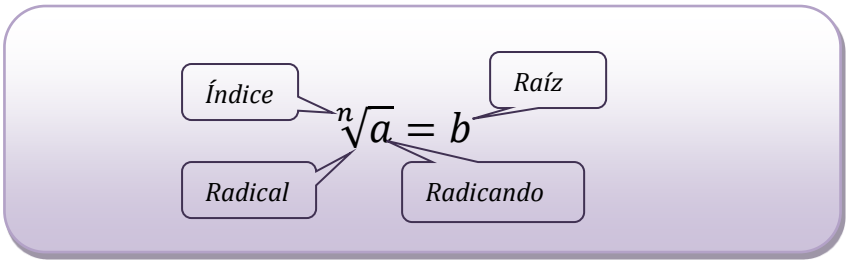
j) $[(+24) : (-2)^3 + 4^2]. (-9 + 3) + (-2)^4 : (+4)^2 =$

k) $[2.(-5)^2 - 3. 6^2].(-15 + 2^3) - 14^2 =$

l) $(-12 + 5). (4 - 9) + 2^2 . (-11 + 7) + (-15) : (+3) =$

Radicación de números enteros

Se define la radicación como:



Cuando el índice de una raíz es 2, no se escribe, $\sqrt{a}$ significa raíz cuadrada de a

- Las raíces de ***índice impar*** tienen una sola solución y siempre es posible calcularlas sin importar el signo del radicando

  Ejemplos:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \ \ porque \ \ 2^3 = 8$$

$$\sqrt[5]{-32} = -2 \;\; porque \;\; (-2)^5 = -32$$

- Las raíces de ***índice par*** y ***radicando positivo***, tienen ***dos soluciones posibles***.

  Ejemplos:

$$\sqrt{36} = 6 \;\; porque \;\; 6^2 = 36 \qquad y \qquad \sqrt{36} = -6 \;\; porque \;\; (-6)^2 = 36$$
$$\sqrt[4]{16} = 2 \;\; porque \;\; 2^4 = 16 \qquad y \qquad \sqrt[4]{16} = -2 \;\; porque \;\; (-2)^4 = 16$$

- Las raíces de ***índice par*** y ***radicando negativo***, no tienen solución real.

  Ejemplos:

$$\sqrt{-36} = \nexists$$

De las propiedades de potencia vistas, es imposible encontrar un número tal que al elevarlo a un exponente par, de cómo resultado un número negativo como el radicando.

Propiedades

Simplificación de radicales	$\cancel{\sqrt[2]{5^2}} = \mathbf{5}$ $\cancel{\sqrt[3]{3^6}} = 3^2$ $\cancel{\sqrt[12]{8^4}} = \sqrt[3]{8}$	*Se pueden dividir o multiplicar el índice de la raíz y el exponente de su base por un mismo número distinto de cero y el resultado no se modifica*
Raíz de Raíz	$\sqrt{\sqrt{\mathbf{81}}} = \sqrt[2.2]{\mathbf{81}} = \sqrt[4]{\mathbf{81}}$ $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2.3]{64} = \sqrt[6]{64}$	*La raíz de una raíz es otra raíz de la misma base cuyo índice es el producto de los índices dados.*
Propiedad distributiva	$\sqrt{\mathbf{4.9}} = \sqrt{\mathbf{4}}\,.\sqrt{\mathbf{9}}$ $\sqrt[3]{1000:125} = \sqrt[3]{1000} : \sqrt[3]{125}$ $\sqrt{2}\;.\;\sqrt{32} = \sqrt{2\,.\,32}$ $\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{18:2}$ $\sqrt{36+64} \neq \sqrt{36} + \sqrt{64}$	***La radicación*** *es distributiva* ***respecto de la*** *multiplicación* ***y la*** *división* *También se puede aplicar la propiedad en forma inversa, es decir agrupar el producto o división de raíces de igual índice en un solo radical.* *La radicación* ***NO es distributiva*** *respecto de la* ***suma*** *y de la* ***resta****.*

17) Resuelve, de ser posible, cada una de las siguientes raíces:

$\sqrt{81} =$..... $\sqrt[4]{10000} =$..... $\sqrt[3]{-27} =$.....

$\sqrt[3]{-64} =$..... $\sqrt{-25} =$..... $\sqrt[3]{125} =$.....

$\sqrt[3]{-8} =$..... $\sqrt{-(-25)} =$..... $\sqrt[7]{-128} =$.....

18) Resuelve aplicando previamente las propiedades de la radicación

a) $\sqrt{\sqrt{256}} =$

b) $\sqrt[4]{625 .81} =$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

d) $\sqrt{100:4} =$

e) $\sqrt{4 .25} =$

f) $\sqrt[3]{64 : 8} =$

g) $\sqrt[3]{27 .1000} =$

h) $\sqrt[3]{1000 : 125} =$

19) Resuelve aplicando la propiedad distributiva de la radicación:

$\sqrt{2}.\sqrt{2} =$

$\sqrt{18} : \sqrt{2} =$

$\sqrt{3}.\sqrt{12} =$

$\sqrt{75} : \sqrt{3} =$

$\sqrt[3]{5} . \sqrt[3]{200} =$

$\sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5} =$

20) Resuelve las siguientes operaciones combinadas

a) $2^4 : (-4) + \sqrt{25 .4} + (3.3 - 5)^2 =$

b) $-|-11| + (-2)^3.(-1) + \sqrt{36} =$

c) $(4 - 7)^2 + \sqrt{2.8 + 9} - (32:8 - 6)^3 + (-2 - 8) =$

d) $(-4.12 + 36)^2 - \sqrt{4.5^2} =$

e) $3.(7.2 - 20) + \sqrt[3]{6.4 + 3} - 2^4 + |-36|:3^2 =$

f) $\sqrt[3]{-125} + 4^3:(-8) - 2.\sqrt{81} =$

g) $2^3 : (-2) + \sqrt[3]{5^2 + 2} - [8:(-2) + 2]^4 =$

h) $\sqrt{-6^2 + 10^2} - 12:2^2 + (7 - 9)^4 =$

i) $|-3|.(2 - 8) + (-5)^2 - (1 - |-7|) =$

j) $\sqrt{(8:2 - 7).(-12)} - 3^2 + \sqrt{2}.\sqrt{2} =$

k) $23 + 6:\sqrt[3]{-8} - (-9 + 12)^3 =$

l) $\sqrt{3}.\sqrt{27} - (5 - 3^2)^3 + 8:2.(-5) =$

21) Analicen las propiedades enunciadas y escriban si se cumple **S** (siempre), **AV** (a veces) o **N** (nunca), según corresponda. Justificar y ejemplificar cada caso.

- La suma de dos números enteros es un número entero.
- El opuesto de un número entero es menor que el número.
- El producto de dos números enteros es un número entero.
- El opuesto del cuadrado de un número entero es positivo.
- La resta de dos números enteros es un número entero.
- El doble de un número entero es mayor que el número.

- El cuadrado de un número entero es menor que el número.
- El cubo de un número entero es menor que el número.
- El cociente de dos números enteros es un número entero.

22) Sea $k \in \mathbb{Z}$. Resolver aplicando propiedades de potenciación y radicación.

$$a)\quad \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{\frac{k^8.(k^{18}:k^{14})^5}{k^3.k}}}} = \qquad b)\ \sqrt[3]{\sqrt[4]{k^{14}.k^{23}:k^{19}}} =$$

23) Resolver aplicando propiedades cuando sea posible.

a) $\sqrt{(-3)^2}\,.\sqrt[3]{(-3)^3} + \sqrt{(-1)^8.4:2^2} =$

b) $|-4-6:(-3)| + \sqrt{36+64} - 2:(-2)^0 =$

c) $\left[\sqrt[3]{2^4:2} + \sqrt[3]{(-1)^{23}}\right].2 + \sqrt[3]{5^2.5} =$

d) $-\sqrt[5]{-243}\,.\left[\sqrt{16:4} + (-1)^9\right] =$

e) $-(5-2.4)^2 - \sqrt[3]{3-6.5} - (-2)^{15}:(-2)^{13} =$

f) $[3-2\,.(6-10)]:(-11) + \sqrt[3]{5^2+3\,.(-2)^3} =$

g) $(-2.7+3.5)^7 + 2\,.\sqrt{\sqrt[3]{64}} - 7^4.7^5:(7^3)^3 =$

h) $3^{13}:3^{12} + \sqrt[3]{-9+2.(-9)} - [(5^4)^0]^3 =$

i) $[-1-3.(-2)]^2 + (-4).\sqrt[5]{-32} - \sqrt{5}.\sqrt{5} =$

j) $(-2)^{18}:(-2)^{16} + 3\,.\sqrt[5]{32} - 18:\sqrt{81} + (-5)^0 + 4 =$

k) $\sqrt{\sqrt[3]{8}\,.(-2) + 2^3.5} + [\sqrt[4]{2}\,.\sqrt[4]{8} - 2.(-3+5)]^2 =$

l) $-4.3 + \sqrt[3]{2}\,.\sqrt[3]{4} + (-3)^2 + (-11)^7:(-11)^6 - 2\,.(-5-9:3) =$

m) $\sqrt{(-5+2).(-4) + 2^3 - (1-2.3)} - [(-5)^2 + (-7).4]^2 =$

n) $\sqrt{\sqrt{4}.\sqrt{2}.\sqrt{8} - [4-2^2+(-3+1)^3] : [(-5+1)^2 + (-4+2)^3]} =$